

基于李雅普诺夫函数法的扩张状态观测器参数优化

李天云¹, 朱建华¹, 刘智铭², 陈峰¹

(1. 东北电力大学 电气工程学院, 吉林 132012; 2. 东北电力大学 自动化学院, 吉林 132012)

摘要:针对ESO参数不易整定的问题,研究了扩张状态观测器(ESO)参数优化的李雅普诺夫函数法.首先建立关于误差的线性定常状态方程和误差指标函数 J ,在误差指标函数 J 中综合考虑了跟踪误差的权重和系统的稳定性以及实际运行时的饱和值限制等因素.仿真结果表明,此方法具有概念清晰,实用简便,计算量小的优点.所提ESO参数整定方法是有效的.

关键词:扩张状态观测器; 李雅普诺夫函数; 参数优化

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2012)01-0050-04

Speed Observation of Asynchronous Motor Based on Improved ESO

LI Tian-yun¹, ZHU Jian-hua¹, LIU Zhi-ming², CHEN Feng¹

(1. Electrical Engineering Institute, Northeast Institute of Dianli, Jilin 132012, China;

2. Automotive Engineering Institute, Northeast Institute of Dianli, Jilin 132012, China)

Abstract: In order to overcome the difficulties in parameter tuning of the extend state observer(ESO), Lyapunov functions are used to tune the ESO parameters. In the ESO parameter optimization process, at first we give a linear time-invariant (LTI) order systems about the error, an evaluation function is established to evaluate the index error, and both the controller's dynamic performance and the control input constraint conditions of the controlled objects are taken into account in the evaluation function. It is clear in concept and easy to use. Simulation results show that the presented ESO parameter tuning method is effective.

Key words: extend state observer(ESO); lyapunov functions; parameter optimization

0 引言

扩张状态观测器^[1] (extended state observer) 是自抗扰控制器^[2-4]的核心单元,它不仅能得到不确定对象的状态,还能获得对象模型中的内扰和外扰的实时作用量,可以通过ESO消除闭环系统的静差.闭环系统能够自动补偿对象模型的内扰和外扰,使其变为线性系统的标准形:积分器串联型,从而实现动态系统的动态反馈线性化.ESO除了可以作为ADRC的单元外,本身还有很多其他用途,如作为状

态观测器可以观测系统状态,也可以用来滤波^[5],还可以作为扰动观测器^[6].

设计扩张状态观测器主要需解决两个问题:一是保证其稳定性,而是保证其估计误差在较小范围内.文献[7]对离散的三阶扩张状态观测器进行了稳定性分析.文[8]利用分片光滑的Lyapunov函数来进行扩张状态观测器的误差分析,指出了非线性扩张状态观测器有更好的估计精度能力,给出了为提高估计精度扩张状态观测器的参数所满足的条件.文[9]对文[8]提出了一些改进,采用完整的fal函数来代替误差的指数形式,然后选择了非连

收稿日期: 2010-09-14

作者简介: 李天云(1945—),男,教授;

朱建华(1986—),男,硕士研究生, E-mail: 948970197@qq.com.

续的分段 Lyapunov 函数. 文 [10] 提出了一种非线性扩张状态观测器的“参数动态确定法”设计方法. 文 [1] 提出了扩张状态观测器的一种新的形式, 用于处理量测环节带有噪声干扰时的情况.

本文的研究首先得到线性 ESO 的矩阵方程, 然后应用李雅普诺夫函数对 ESO 参数优化问题转化为有约束的局部最优值求解问题, 进而确定 ESO 的优化参数. 最后通过异步电机的仿真, 算例的结果验证了本文方法的有效性.

1 ESO 原理

1.1 连续 ESO

对于一阶系统状态方程:

$$\dot{x}_1 = f(x_1) + bu \quad (1)$$

其中 $f(x_1)$ 是表示系统模型的非线性函数, u 为系统控制输入.

令 $x_2 = f(x_1)$, 对 x_2 求导可得

$$\dot{x}_2 = \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial t} \quad (2)$$

令 $A_1(t) = \frac{\partial x_2}{\partial x_1}, A_2(t) = \frac{\partial x_2}{\partial t}$. 则式(1)可写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + bu \\ \dot{x}_2 &= A_1(t)x_2 + A_1(t)bu + A_2(t) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)对应的矩阵形式为

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bu \\ A_1x_2 + A_1bu + A_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

该一阶系统对应的线性 ESO 为

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 + \beta_{01}(x_1 - z_1) + bu \\ \dot{z}_2 &= \beta_{02}(x_1 - z_1) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ESO 的矩阵方程为

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta_{01} & 1 \\ -\beta_{02} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{01} & 0 \\ \beta_{02} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bu \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

由于状态观测器是依据系统模型的特点而人为构造的跟踪系统, 可以根据系统的状态变化做出适当的修改. 根据式(3)所对应的形式, 与构造出与之类似的形式, 进而变形得到式(8)所对应的线性误差方程组, 所以改变 ESO 中的元素, 使其能使 ESO 和原系统线性化;

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta_{01} & 1 \\ -\beta_{02} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{01} & 0 \\ \beta_{02} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bu \\ A_1x_2 + A_1bu + A_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

由于 $x_1 \rightarrow z_1, x_2 \rightarrow z_2$, 可以用 z_1 和 z_2 分别取代 x_1 和 x_2 , 则 $A_1x_2 + A_1bu + A_2$ 就变为关于 z_1 和 z_2 及时间 t 的函数.

由式(7) - (4) 可得

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 - \dot{x}_1 \\ \dot{z}_2 - \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta_{01} & 1 \\ -\beta_{02} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 - x_1 \\ z_2 - x_2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

通过改变待定参数 β_{01}, β_{02} 两个参数可实现 ESO 的极点的任意配置, 从而实现误差指标的最小化.

令 $e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2, e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix}$, 则

式(8)可写为

$$\dot{e} = A(\beta_{01}, \beta_{02}) e \quad (9)$$

其中 $A(\beta_{01}, \beta_{02}) = \begin{pmatrix} -\beta_{01} & 1 \\ -\beta_{02} & 0 \end{pmatrix}$. 根据赫尔维茨判据,

式(9)所代表的系统稳定的充要条件为 $\beta_{01} > 0$ 且 $\beta_{02} > 0$.

1.2 离散 ESO

与连续的状态方程推导类似, 可以得到离散形式的 ESO 误差方程为:

$$\begin{pmatrix} z_1(k+1) - x_1(k+1) \\ z_2(k+1) - x_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \beta_{01}h & h \\ -\beta_{02}h & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} z_1(k) - x_1(k) \\ z_2(k) - x_2(k) \end{pmatrix} \quad (10)$$

其中 h 为步长, 其他符号含义相同.

式(10)又可以写成:

$$e(k+1) = G(\beta_{01}, \beta_{02}, h) e(k) \quad (11)$$

$G(\beta_{01}, \beta_{02}, h) = \begin{pmatrix} 1 - \beta_{01}h & h \\ -\beta_{02}h & 1 \end{pmatrix}$. 根据赫尔维茨判据,

式(9)所代表的离散系统稳定的充要条件为 $\beta_{01} > \frac{2}{h}$ 且 $\beta_{02} > \frac{1}{h^2}$.

需要说明的是, 对与模型阶数大于一阶时, 依然可以用本文的方法做类似的处理, 对于类似于式(1)的 n 阶系统, 可以化为 n 个一阶的仿射非线性系统, 需要处理是与系统模型有关的 $f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ 项, 这一项被含有在第 n 个方程中, 不会影响前 $n-1$ 个方程的形式.

2 ESO 参数优化

1) 李雅普诺夫矩阵代数方程. 连续定常系统的状态方程为: $\dot{x} = Ax, x(0) = x_0, t \geq 0, A$ 为非奇异矩阵, 故原点是唯一平衡状态. 设取正定二次型函数

$V(x) = x^T P x$ 作为可能的李雅普诺夫函数, 考虑到系统的状态方程, 则有

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T (A^T P + P A) x$$

令

$$A^T P + P A = -Q \quad (12)$$

只要 Q 正定, 则系统是大范围内渐进稳定的. 式(12) 称为李雅普诺夫矩阵代数方程.

2) 参数 β_{01}, β_{02} 优化. 对于(9) 式所代表的线性定常系统, 优化待定参数 β_{01}, β_{02} 的方法为: 先令 $Q =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}, \mu \text{ 为 } e_2 \text{ 的权系数}, P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{pmatrix}.$$

将 $A(\beta_{01}, \beta_{02}) = \begin{pmatrix} -\beta_{01} & 1 \\ -\beta_{02} & 0 \end{pmatrix}$ 代入式(12) 可得:

$$\left. \begin{aligned} P_{11} &= 1/2 \left(\frac{\mu \beta_{02}}{\beta_{01}} + 1 \right) \\ P_{12} &= -\mu/2 \\ P_{22} &= 1/2 \left(\frac{\mu}{\beta_{01}} + \frac{\mu \beta_{01}}{\beta_{02}} + 1 \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

取误差指标

$$J = \int_0^\infty e^T(0) P e(0) dt \quad (14)$$

其中 $e(0) = \begin{bmatrix} e_1(0) \\ e_2(0) \end{bmatrix}$, $e_1(0), e_2(0)$ 分别为 e_1, e_2

的初值. 若系统(9) 满足 $\beta_{01} > 0$ 且 $\beta_{02} > 0$, 则系统为渐进稳定的, 则 $e(\infty) \rightarrow 0$, 系统式(14) 可写为:

$$J = e^T(0) P e(0) \quad (15)$$

将式(12) 代入(15) 可得:

$$J = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu \beta_{02}}{\beta_{01}} + 1 \right) e_1^2(0) - \mu e_1(0) e_2(0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{\beta_{01}} + 1 + \frac{\mu \beta_{01}}{\beta_{02}} \right) e_2^2(0) \quad (16)$$

至此, 二阶 ESO 的参数优化问题可以转化成为有约束条件 $\beta_{01} > 0$ 且 $\beta_{02} > 0$ 的二元函数局部最小值求取问题. 当然在实际中 β_{01}, β_{02} 还必须受物理元件饱和值的限制.

离散形式的矩阵 P 的表达式和误差指标函数的表达式如下所示:

$$\begin{cases} P_{11} = -\frac{2 - \mu h \beta_{01} \beta_{02} + 2 \mu \beta_{02} + \mu h^2 \beta_{02}^2}{h(h^3 \beta_{02}^2 - 3 h^2 \beta_{01} \beta_{02} + 4 h \beta_{02} + 2 h \beta_{01}^2 - 4 \beta_{01})}; \\ P_{12} = \frac{h + \mu h^2 \beta_{01} \beta_{02} + 2 \mu \beta_{01} - \mu h \beta_{01}^2 - \mu h \beta_{02}}{h(h^3 \beta_{02}^2 - 3 h^2 \beta_{01} \beta_{02} + 4 h \beta_{02} + 2 h \beta_{01}^2 - 4 \beta_{01})}; \\ P_{22} = -\frac{-h \beta_{01} + \mu h^2 \beta_{01}^2 \beta_{02} + 2 \mu \beta_{01} - \mu h \beta_{01}^3 - 2 \mu h \beta_{01} \beta_{02} + h^2 \beta_{02} + 2 + 2 \mu \beta_{02}}{h \beta_{02}(h^3 \beta_{02}^2 - 3 h^2 \beta_{01} \beta_{02} + 4 h \beta_{02} + 2 h \beta_{01}^2 - 4 \beta_{01})}. \end{cases}$$

$$J = P_{11} e_1^2(0) - 2 P_{12} e_1(0) e_2(0) + P_{22} e_2^2(0)$$

3 算法概述

1) 在一阶连续系统的基础上建立二阶连续的 ESO;

2) 根据李雅普诺夫矩阵代数方程得出正定矩阵 P 中的各元素的表达式, 进而得出误差指标函数 J 的表达式;

3) 至此, 参数优化变为求解有约束条件 $\beta_{01} > 0$, $\beta_{02} > 0$ 误差指标函数 J 的最优值问题, 求解得到最小值 $J_{\min}$ 及 $J_{\min}$ 对应的参数值.

4 仿真算例

为了说明参数整定后的跟踪效果, 分别针对异步电机矢量控制变频调速系统进行了仿真.

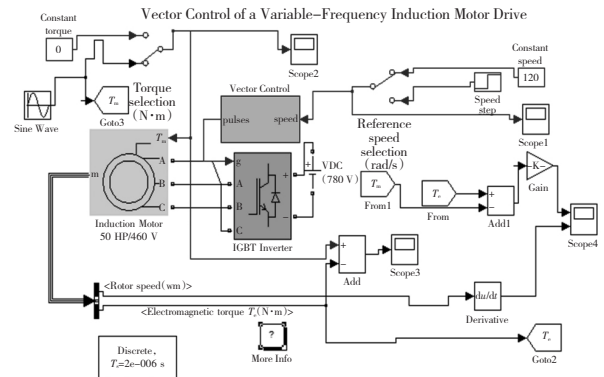


图1 仿真模型示意图

异步电机的主要参数: 定子电阻 $R_s = 0.087 \Omega$ 、漏感 $L_{ls} = 0.8 \text{ mH}$, 转子电阻 $R_r = 0.228 \Omega$ 、漏感 $L_{lr} = 0.8 \text{ mH}$, 互感 $L_m = 34.7 \text{ mH}$, 转动惯量 $J = 1.662 \text{ g} \cdot \text{m}^2$, 极对数 $p_m = 2$. 算法采用 ode23t.

电机速度和转矩间的关系方程为:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p_m}{J} (T_e - T_L) \quad (17)$$

将式(17) 中的电磁转矩 T_e 作为控制变量 u , 负载 T_L 作为扰动变量, 转速 ω_r 为状态变量 x_1 , 可以得到如下的扩张状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -z_2 + \beta_{01}(\omega_r - z_1) + \frac{p_m}{J} T_e \\ \dot{z}_2 = -\frac{p_m}{J} \dot{T}_L + \beta_{02}(\omega_r - z_1) \end{cases} \quad (18)$$

其中 z_1 为转速 ω_r 的估计值, z_2 为 $\frac{p_m}{J} T_L$ 的估计值, 式

(18) 与式(7)的形式并不完全对应,原因是因为负载并不是转速 ω_r 的显函数,所以前面对应的两项为零,只剩下负载关于时间的导数项. 经过优化可得:

$$\beta_{01} = 3\,510.8, \beta_{02} = 3\,240.4.$$

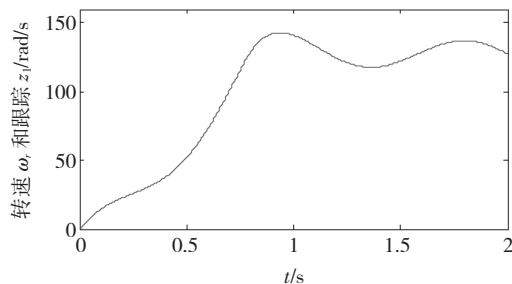


图2 转速 ω_r 和跟踪 z_1 的曲线

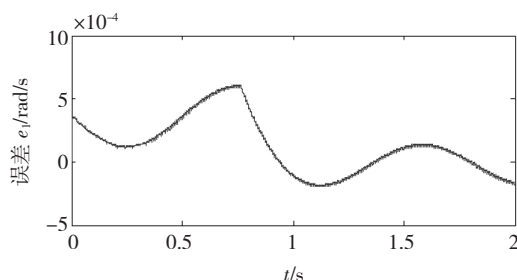


图3 跟踪误差 e_1 的曲线

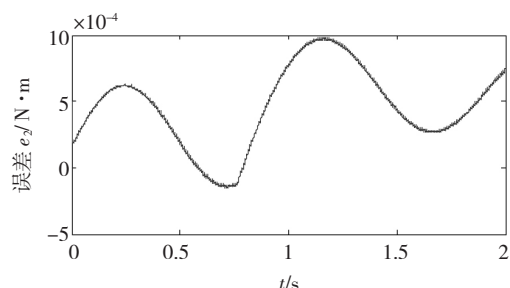


图4 跟踪误差 e_2 的曲线

其中误差 $e_1 = \omega_r - z_1$, $e_2 = -\frac{p_m}{J}T_L - z_2$. 图2中的跟踪曲线和转速几乎无法辨别,图3、4的误差曲线也可以看出改进的ESO的具有良好的跟踪效果.

5 结 语

针对自抗扰控制器参数不易整定的缺点,本文将李雅普诺夫函数应用到ESO的参数整定中. 根据仿真结果可以得出如下结论:

1) 系统的跟踪误差 e 与参数 β_{01}, β_{02} 成反比,但实际中不宜一味追求较小误差 e 而忽视 β_{01}, β_{02} 的约束,实际中还应考虑 β_{01}, β_{02} 饱和值的限制.

2) 本方法与其它算法相比,该法具有计算量小,无需多次迭代的优点.

参 考 文 献:

- [1] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 85-88.
- [2] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19-23.
- [3] 杨福广, 李贻斌, 阮久宏等. 独立电驱动车辆车轮驱动防滑自抗扰控制[J]. 电机与控制学报, 2009, 13(5): 739-743.
- [4] 任海鹏, 朱峰. 基于免疫克隆选择算法的无刷直流电动机速度自抗扰控制器优化设计[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(9): 69-74.
- [5] 王宇航, 姚郁, 马克茂. Fal函数滤波器的分析及应用[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(11): 88-91, 99.
- [6] 程国扬, 曾佳福. 快速定位伺服系统的控制器设计[J]. 电机与控制学报, 2009, 13(1): 52-56.
- [7] 邵立伟, 廖晓钟, 夏元清, 等. 三阶离散扩张状态观测器的稳定性分析及其综合[J]. 信息与控制, 2008, 37(2): 135-139.
- [8] 韩京清, 张荣. 二阶扩张状态观测器的误差分析[J]. 系统科学与数学, 1999, 19(4): 465-471.
- [9] 王宇航, 姚郁, 马克茂. 二阶扩张状态观测器的误差估计[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2010, 40(1): 143-147.
- [10] 康忠健, 陈学允. 非线性扩张状态观测器的一种设计方法[J]. 电机与控制学报, 2001, 5(3): 199-203.
- [11] 林飞, 孙湖, 郑琼林等. 用于带有量测噪声系统的新型扩张状态观测器[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 995-998.

(编辑: 王 萍)